

Leçon 103

Conjugaison dans un groupe. Exemples de sous-groupes distingués et de groupes quotients. Applications.

I - Conjugaison dans un groupe

II - Sous-groupes distingués et quotients

III - Exemples et applications

Dev 1 : Théorème de Lie-Kolchin

Dev 2 : Théorèmes de Sylow

I - Conjugaison dans un groupe

1) L'action par conjugaison : action, stab, orbite, Int, équation aux classes, centre, cas d'un p -groupe, exemples, Wedderburn [Ulm12], [Ber18], [Go10]

2) Illustrations et principe de transport : transport ordre/centralisateur/pts fixes, invariance du type, des transvections/homothéties/dilatations, app : $Z(GL_n)$ [Per04]

II - Sous-groupes distingués et quotients

1) Sous-groupes distingués : def et propriétés sous-groupes distingués, cas abélien/noyaux, action sur l'ensemble des sous-groupes [Ber18]

2) Groupes quotients : def, propriété universelle, distingué=noyau, description sous-groupes, théorèmes d'isomorphisme, groupe dérivé, abélianisé, def résoluble, dev 1 [Ber18], [Ulm12]

3) Produit semi-direct : condition pour être un produit direct, def et propriétés produit semi-direct, suite exacte courte scindée, exemples [Ulm12] [Ber18]

III- Exemples et applications

1) Groupes linéaires : invariant, déc Jordan, centre, ss-grp, générateurs, groupe dérivé, isos exceptionnels, simplicité de PSL_n [Rom21]

2) Groupes symétriques et alternés : classes de conjugaison, centre, $\text{Aut} = \text{Int}$, groupes distingués, simplicité [Per04]

3) Théorèmes de Sylow : def et propriétés p -groupes, classification ordre p^2 , def p -Sylow, dev 2 [Ulm12]

Références

- [Ber18] Grégory BERHUY. *Algèbre : Le grand combat*. Calvage & Mounet, 2018.
- [Goz10] Ivan GOZARD. *Théorie de Galois*. Ellipses, 2010.
- [Per04] Daniel PERRIN. *Cours d'algèbre*. Ellipse, 2004.
- [Rom21] Jean-Etienne ROMBALDI. *Mathématiques pour l'agrégation : Algèbre et géométrie*. De Boeck supérieur, 2021.
- [Ulm12] Félix ULMER. *Théorie des groupes*. Ellipses, 2012.